COLLEGE ST-FRANÇOIS D'ASSISE (CSFA)
CLASSE : Philo C

Mathématiques (2e Trimestre) **(26 Avril 2020)**

Partie A : (10 pts)

Compléter chacune des phrases suivantes :

1) **Soit la fonction numérique f définie par :** $f(x)=e^{\cos 2x}$, $\forall x\in R$

alors $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ **est égal a : ……….**

1) **Soit (U_n) une suite arithmétique définie par son premier terme : $U_0=-4$ et de raison $r=\frac{1}{2}$ alors le 5e terme de cette suite est :………..**

2) **Un argument du nombre complexe Z tel que :** $Z=Sin\frac{\pi}{6}+iCos\frac{\pi}{6}$ **est :** ……………

3) **Les racines carrées du nombre complexe** $Z=-5+12i$ **sont :** ……………………

4) **Si deux nombres complexes sont tels que :** $Z_1=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ **et** $Z_2=1+i$ **alors la forme exponentielle de** $\frac{Z_1}{Z_2}$ **est : ………………**

I)
II)

5) **Le domaine de définition de la fonction numérique f définie par:** $f(x)=\frac{1}{x\ln x}$ **est** $D_f=$………… **et** $\lim\limits_{x\to 0^+} f=$……….

6) **Soit (U_n) une suite arithmétique définie par son premier terme : $U_0=7$ et de raison $r=5$ alors la somme** $S=U_0+U_1+U_2+\ldots+U_5$ **vaut :**……………

7) **L'ensemble des solutions de l'équation :** $e^{3x}-5e^{2x}+6e^{x}=0$ **est :** $S=$……………………

8) **Si f est une symétrie vectorielle d'un plan vectoriel E$_2$ de matrice** $M_f=\begin{pmatrix}-5 & a\\ 6 & b\end{pmatrix}$ **dans une base de E$_2$, alors on a nécessairement :**
$a=$…….. **et** $b=$………

9) **Soit f une fonction numérique définie sur R par :** $f(x)=(1-x)(1+e^{x})$ **alors la dérivée première** $f'(x)=$……………………
et $\lim\limits_{x\to-\infty} f=$………………

10) **L'ensemble des solutions dans R de l'équation :** $Arc\sin(x^2+6x+5)=\frac{\pi}{6}$ **est :** $S=$……………………

Partie B : Obligatoire (8 pts)

I) **On considère la fonction numérique f définie par :** $f(x)=2-x+\frac{\ln x}{x}$ **Préciser le domaine de définition de** f.

a) **Calculer** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ **et** $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$.
Quelles conséquences graphiques pouvez-vous en déduire ?

b) **Calculer la dérivée première** $f'(x)$ **puis étudier son signe. En déduire le sens de variation de** f.

c) **Démontrer que la droite d'équation** $y=2-x$ **est asymptote oblique a la courbe (C) de** f.

d) **Dresser le tableau résumant les variations de** f.

e) **Résoudre dans R l'équation** $e^{2x-1}+e^{x+1}-2e^{3}=0$

Partie C : Traiter 2 des 3 exercices suivants (12 pts)

I) On considère, dans l'ensemble C des nombres Complexes, le polynôme P défini par :
$\forall Z\in C$, $P(Z)=Z^3-(8+3i)Z^2+(17+15i)Z-6(1+3i)$

a) **Démontrer que l'équation** $P(Z)=0$ **admet une racine réelle** $Z_0=\alpha$ **que l'on précisera.**

b) **Résoudre dans C l'équation** $P(Z)=0$

c) **Déterminer le module et un argument du nombre complexe** $Z=\left(\frac{1-i}{1+i}\right)e^{2i\frac{\pi}{3}}$

d) **En déduire les formes trigonométrique et exponentielle, matricielle et algébrique de** Z.

(6pts)

II) **On considère la suite de nombres réels** (U_n) **strictement positifs définie sur N* par :**

$$\begin{cases}U_1=1\\ (U_{n+1})^2=4U_n\end{cases}$$

a) Calculer U_2 , U_3 , U_4 **et** U_5.

(Donner les résultats sous la forme 2^{α}, $\alpha\in R$**)**

b) **On définit la suite** (V_n) **sur N* par :** $V_n=\ln U_n-\ln 4$

1°) Calculer V_1 , V_2 , V_3 **et** V_4 **en fonction de** $\ln 2$.

2°) En déduire V_n **en fonction de n et calculer la limite de** V_n **quand** $n\to+\infty$ **(6 pts)**

COLLEGE ST-FRANÇOIS D'ASSISE (CSFA)
CLASSE : Philo C

Mathématiques (2e Trimestre) **(26 Avril 2020)**

III) **L'espace vectoriel E étant rapporte à une base $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, On désigne par f l'endomorphisme de E défini analytiquement par :**

$$\begin{cases} x' = -2x+4y+2z \\ y' = -4x+8y+4z \\ z' = 5x-10y-5z \end{cases}$$

a) **Démontrer que l'ensemble des vecteurs invariants par f est une droite vectorielle $(\vec{D})$ dont on déterminera une base.**

b) **Démontrer que l'ensemble des vecteurs $\vec{u}$ de E tel que : $f(\vec{u}) = \vec{O}_E$ est un plan vectoriel $(\vec{P})$ dont on donnera une base.**

c) **Démontrer que f est une projection vectorielle de E sur $(\vec{D})$ de direction $(\vec{P})$.**

d) **Définir analytiquement l'endomorphisme g symétrie vectorielle de E sur $(\vec{D})$ de direction $(\vec{P})$.** **(6 pts)**

Durée : 3h00 **M. Elpenord G.**