MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE (MENFP)
FILIÈRE D'ENSEIGNEMENT GÉNÉRAL
SÉRIES : (SVT, SMP)

SESSION ORDINAIRE – JUILLET 2019
EXAMENS DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES
MATHÉMATIQUES

Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles 3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures 30

***N.B :** Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.*

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (40 pts / 4 pts par question).

1- Soit $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2\cos^2 x\,dx$ et $J=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2\sin^2 x\,dx.$
L'intégrale $I + J$ est égale à …………

2- Soit (U_n) une suite arithmétique dont le premier terme vaut la raison. Si la somme $U_2 + U_5 + U_7$ est égale 187, alors la raison r de cette suite est égale à …………

3- On considère deux matrices carrées d'ordre 2 telles que $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2m+1 \end{pmatrix}$; $m\in\mathbb{R}$ et $B=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.
La valeur de m pour que $A = B$ est ………..

4- La forme algébrique du nombre complexe $z=2e^{i\frac{5\pi}{6}}$ est ………..

5- A et B sont deux points d'une droite euclidienne tels que $AB = 18$. Si G est le barycentre du système $\{(A,4);(B,5)\}$, alors $GA =$ ……..

6- Si, pour tout entier naturel n, $|U_n-1|\le\frac{2}{n+1}$, alors la limite de la suite (U_n), quand $n\to+\infty$, est égale à ……….

7- Si V_1 et V_2 sont deux termes d'une suite géométrique (V_n) tels que $V_1 = 54$ et $V_4 = 16$, alors la raison q de cette suite est égale à ……….

8- Les données d'une série statistique $(x_i;\ y_i)$ sont inscrites dans le tableau suivant :

x_i	15	20	25	30	35	40
y_i	44,4	27	16,3	10	6,2	3,5

G_1 désigne le point moyen des 3 premières colonnes et G_2, celui des 3 dernières colonnes. L'équation de la droite (G_1G_2) est : $y =$ ………

9- Soit le nombre complexe :
$$z=-3\left(\cos\frac{\pi}{7}+i\sin\frac{\pi}{7}\right)\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$
L'argument principal de z est $\theta=$ ……………

10- i étant le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$, le nombre complexe $z=-1-i\sqrt{3}$ est d'argument principal $\theta=$ …….

PARTIE B.- Traiter trois (3) des cinq exercices. (60 pts)

1. Le prix d'équilibre d'une marchandise en fonction du temps est donné par : $f(t) = 140 - 40e^{t}$.
t est en mois et $f(t)$ en gourdes.

a) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
b) Donner le sens de variation de f sur $[0;+\infty[$.
c) Calculer la valeur moyenne de ce prix d'équilibre sur l'intervalle [0; 5]. On donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie à la gourde près.

2. L'évolution de la population d'une région entre 1960 et 2000 a permis de construire le tableau suivant :

Année x_i	1960	1970	1980	1990	2000
Population y_i en millions	2,5	3	3,6	4,4	5,2

a) Construire, à l'aide de ces coordonnées, le nuage des points de coordonnées $(x_i;\ y_i)$; les unités graphiques seront de 1 cm pour unité sur l'axe des abscisses et de 1 cm pour 1 million sur l'axe des ordonnées.
b) Calculer les coordonnées du point moyen de la série.
c) Calculer la covariance de (x, y).
d) Déterminer l'équation de la droite d'ajustement de y en x sous la forme $y = ax + b$, obtenue par la méthode des moindres carrés.

3. Au début de janvier 2000, une compagnie a mis sur le marché 20 000 unités d'un nouveau logiciel avec une perspective d'augmentation de l'offre de 2% par mois. La demande pour ce produit était, début janvier 2000, de 40000 unités par mois, avec une perspective de diminution de la demande de 1% par mois. On appelle U_n la quantité offerte de ce logiciel pour le n-ième mois après janvier 2000. On appelle V_n la quantité demandée de ce logiciel pour le n-ième mois après janvier 2000.

a) Quelle est la nature des suites (U_n) et (V_n) ainsi définies ?
b) En déduire l'expression de U_n et de V_n en fonction de n. Étudier le comportement des suites (U_n) et (V_n) lorsque n tend vers $+\infty$.
c) Déterminer à partir de quel mois l'offre dépassera la demande (sous réserve que les perspectives de variations restent inchangées).

4. On considère les nombres $z_1=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$ et $z_2=2(1-i)$.

1) Déterminer le module et un argument des nombres complexes z_1 et z_2.
En déduire la forme trigonométrique du nombre complexe $z=\frac{z_1}{z_2}$.
2) Déterminer la forme algébrique et la forme exponentielle du nombre complexe $z=\frac{z_1}{z_2}$.
En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$.
3) Écrire sous forme algébrique le nombre complexe z^{2020}.

5. Dans un restaurant, on a constaté que :
80% des clients prennent un café
40% des clients prennent un dessert, dont les $\frac{3}{4}$ prennent aussi un café.

1) On choisit un client du restaurant au hasard.
   a) Quelle est la probabilité qu'il prenne un dessert et un café?
   b) Quelle est la probabilité qu'il ne prenne ni dessert ni café?
2) On choisit un client qui a pris un café. Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas pris de dessert?